

**STUDI JARINGAN PIPA DISTRIBUSI AIR BERSIH
DENGAN METODE HARDY CROSS**

ALI HASIMI PANE

Jurusan Teknik Mesin, Fakultas Teknik, Universitas Asahan, Jl. Jend.Ahmad Yani, Kisaran
21224, Indonesia.

email: ali.h.pane@gmail.com

ABSTRACT

Studi jaringan pipa adalah termasuk persoalan matematika yang rumit dan kompleks, karena memiliki jumlah pipa yang banyak dihubung secara paralel dengan jumlah loop baik satu maupun multiloop. Persoalan dalam analisa jaringan pipa harus menentukan distribusi debit aliran pada setiap pipa yang bertujuan agar keluaran debit aliran sesuai permintaan pada titik-titik tertentu. Metode Hardy Cross (HC) adalah salah satu metode yang dapat digunakan untuk analisa jaringan pipa. Dengan metode tersebut, persoalan jaringan pipa adalah diselesaikan melalui metode perhitungan iterasi dan dapat diselesaikan baik dengan perhitungan manual maupun diimplementasikan dengan program komputer. Dalam studi ini, analisa jaringan pipa untuk menentukan debit aliran pada masing-masing pipa adalah dilakukan dalam bentuk studi kasus dan akan diselesaikan dengan metode HC yang diimplementasikan melalui spreadsheet excel.

Kata kunci: jaringan pipa, debit aliran, metode Hardy Cross, spreadsheet excel

1. PENDAHULUAN

Berkurangnya sumber air bersih yang layak konsumsi dan keperluan sehari-hari. Maka kebanyakan masyarakat sebagai konsumen, khususnya perkotaan, adalah bergantung pada perusahaan penyedia air bersih untuk keperluan sehari-hari. Pada umumnya, proses pendistribusian dari perusahaan penyedia air bersih sampai kepada konsumen adalah melalui sebuah jaringan pipa tertutup. Dalam persoalan jaringan pipa tertutup harus memperhitungkan ketepatan debit aliran sampai pada konsumen baik dalam waktu tertentu maupun puncak konsumsi tertinggi. Maka, analisa sebuah jaringan pipa tertutup dengan jumlah pipa yang banyak adalah termasuk persoalan matematika yang rumit dan kompleks, karena selain harus menentukan debit aliran juga kehilangan energi (*head loss*) pada setiap pipa dan titik-titik tertentu.

Salah satu metode yang dapat digunakan untuk analisa jaringan pipa adalah dengan metode Hardy Cross (HC). Metode HC adalah diperkenalkan pada tahun 1936 oleh seorang profesor teknik sipil dari University of Illinois, Urbana-Champaign, yang bernama Hardi Cross [1, 4, 7]. Melalui metode HC, analisa jaringan pipa adalah dilakukan dengan model perhitungan iterasi. Jadi proses penyelesaian perhitungan untuk menentukan debit aliran pada setiap pipa dapat dilakukan baik secara perhitungan manual maupun diimplementasikan pada program komputer.

Dalam studi ini, akan dilakukan sebuah kajian jaringan pipa sederhana (gambar 2) untuk menentukan distribusi debit aliran pada masing-masing pipa melalui metode HC. Karena proses perhitungan dengan metode MHC adalah perhitungan iterasi dan dapat dilakukan secara manual. Maka untuk mempermudah dalam proses

penyelesaiannya, perhitungan debit aliran jaringan pipa akan dimodel pada *spreadsheet excel*. Kemudian proses perhitungan iterasi selesai dilakukan, jika nilai koefisien koreksi atau sesatan debit aliran (ΔQ) adalah sama dengan nol.

2. MATERI DAN METODE

2.1. Deskripsi jaringan pipa

Jaringan pipa adalah susunan pipa yang terhubung secara paralel dan kompleks yang memiliki jumlah debit aliran masuk dan keluar satu atau lebih dari satu. Selain itu dalam jaringan pipa bisa juga terhubung dalam satu loop atau multiloop. Sebagai contoh distribusi air bersih untuk kebutuhan masyarakat, industri, hotel, gedung perkantoran dan lainnya adalah dengan jaringan pipa multiloop.

2.2. Persamaan aliran dalam pipa

Berdasarkan pada gambar 1, dimana aliran fluida dalam pipa pada keadaan tunak (*steady flow*), maka aliran fluida dalam pipa dapat dianalisa melalui persamaan kontinuitas dan energi. Persamaan kontinuitas untuk aliran fluida dalam keadaan tunak dapat ditulis:

$$Q = A \times V = \frac{\pi}{4} D^2 \times V$$

1

dimana Q adalah debit aliran, A adalah luas penampang pipa, D adalah diameter pipa dan V adalah kecepatan aliran.

Kemudian persamaan energi untuk aliran fluida dalam keadaan tunak dapat ditulis:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_L$$

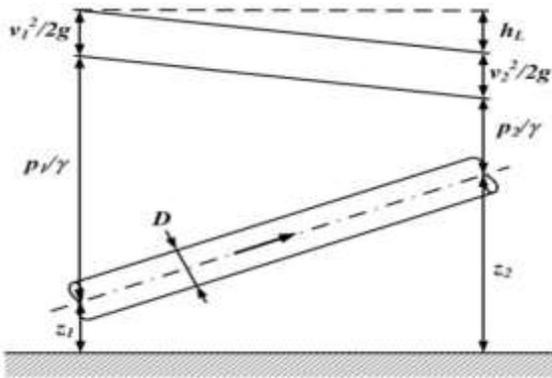
2

dimana p_1/γ dan p_2/γ adalah tinggi tekanan atau energi tekanan hidraulik pada titik 1 dan 2, $V_1^2/2g$ dan $V_2^2/2g$ adalah energi kecepatan rata-rata pada titik 1 dan 2, z_1 dan z_2 adalah elevasi dari garis tengah pipa pada titik 1 dan 2, h_L adalah kehilangan energi (*head loss*) antara titik 1 dan 2.

Untuk h_L dapat digolongkan menjadi 2, pertama kerugian mayor (h_f) adalah kerugian diakibatkan gesekan yang terjadi antara aliran fluida dan dinding pipa. Kedua kerugian minor (h_m) adalah kerugian diakibatkan konfigurasi dari komponen-komponen sistem perpipaan. Persamaan untuk h_L dapat ditulis:

$$h_L = h_f + h_m$$

3



Gambar 1. Ilustrasi aliran fluida pada pipa

Untuk h_f dapat ditentukan berdasarkan persamaan Darcy-Weisbach,

$$h_f = \frac{fLV^2}{2gD}$$

4

jika debit air diketahui, dari persamaan 1, maka persamaan 4 dapat ditulis:

$$h_f = \frac{8fLQ^2}{\pi^2 gD^5}$$

5

dimana L adalah panjang pipa dan f adalah koefisien gesekan atau faktor gesekan yang bergantung terhadap angka Reynold (Re) dan kekasaran relatif dinding pipa (ϵ).

Angka Reynold dapat ditentukan dengan persamaan,

$$Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{4Q}{\pi vD}$$

6

Jika aliran dalam pipa adalah aliran laminar, maka nilai koefisien faktor gesekan dapat ditentukan dengan persamaan,

$$f = \frac{64}{Re}$$

7

Dan untuk aliran turbulen, nilai koefisien faktor gesekan dapat ditentukan dengan persamaan eksplisit yang dikembangkan oleh Swamee dan Jain berdasarkan dari formula Colebrook-White [3], yaitu

$$f = \frac{0,25}{\left[\log_{10} \left(\frac{\epsilon}{3,7D} + \frac{5,74}{Re^{0,9}} \right) \right]^2}$$

8

2.3. Persamaan jaringan pipa dengan Metode Hardy Cross (HC)

Metode HC adalah salah satu metode yang dapat digunakan untuk menentukan distribusi debit aliran pada jaringan pipa. Melalui metode HC, persoalan jaringan pipa adalah diselesaikan dengan model perhitungan iterasi berdasarkan pada persamaan dasar dari kontinuitas aliran dan kehilangan energi (*head loss*). Oleh karena itu, metode HC harus memenuhi [4, 6, 7]:

1. Jumlah antara aliran masuk dan keluar pada satu node harus sama

$$\sum Q_i = q_j \quad \text{untuk semua node } j = 1, 2, 3, \dots, j_L, \quad 8$$

dimana Q_i adalah debit aliran air pada setiap jaringan pipa i bertemu pada node j , dan q_j adalah debit aliran air dari setiap node j (debit aliran air untuk konsumsi/permintaan).

2. Jumlah total kehilangan energi (*head loss*) dalam suatu loop jaringan pipa harus sama dengan nol

$$\sum_{loop k} K_i Q_i |Q_i| = 0 \quad \text{untuk semua loop } k = 1, 2, 3, \dots, k_L, \quad 9$$

dan

$$K_i = \frac{8f_i L_i}{\pi^2 g D_i^5} \quad 10$$

Jika jumlah total kehilangan energi (persamaan 9) tidak sama dengan nol, maka hitung koreksi sesatan untuk debit aliran, dengan persamaan:

$$\Delta Q_k = - \frac{\sum_{loop k} K_i Q_i |Q_i|}{2 \sum_{loop k} K_i Q_i} \quad 11$$

Kemudian nilai koreksi sesatan debit aliran (persamaan 11) adalah digunakan untuk menentukan debit aliran baru,

$$Q_{i,baru} = Q_{i,lama} + \Delta Q_k \quad \text{untuk semua loop } k. \quad 12$$

Prosedur penyelesaian analisa jaringan pipa multiloop dengan metode HC adalah sebagai berikut:

1. Tentukan debit aliran untuk perhitungan awal secara sembarang pada masing-masing pipa dalam setiap loop dan arah aliran ditinjau dari titik pusat loop, positif untuk aliran searah jarum jam dan negatif berlawanan jarum jam.
2. Hitung nilai angka Reynold dan koefisien faktor gesekan melalui persamaan 6 dan 8.
3. Hitung nilai K melalui persamaan 10.
4. Hitung jumlah total kehilangan energi dalam setiap loop melalui persamaan 9.
5. Jika hasil perhitungan nomor 4 adalah tidak sama dengan nol, maka hitung nilai koreksi sesatan debit aliran dalam setiap loop melalui persamaan 11.
6. Hitung debit aliran baru setiap pipa melalui persamaan 12 untuk iterasi berikutnya.
7. Kemudian ulangi langkah no. 2 sampai no.5 dengan debit aliran baru.
8. Iterasi akan dihentikan bila nilai ΔQ lebih kecil atau mendekati 0.

Jumlah total kehilangan energi (*head loss*) untuk loop 1 dan 2, berdasarkan gambar 2 dapat ditulis:

- Loop 1

16

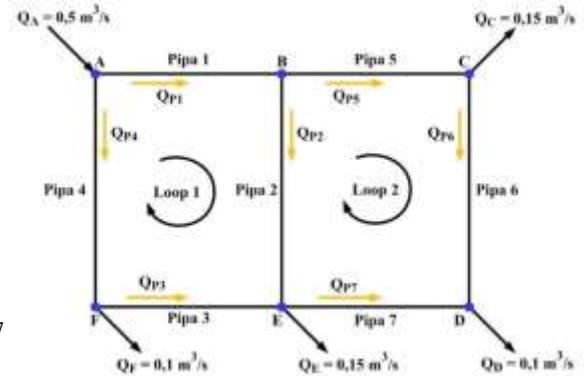
$$\sum_{loop\ 1} K_i Q_i |Q_i| = K_{P1} Q_{p1} |Q_{p1}| + K_{P2} Q_{p2} |Q_{p2}| + K_{P3} Q_{p3} |Q_{p3}| + K_{P4} Q_{p4} |Q_{p4}| = 0$$

13

- Loop 2

$$\sum_{loop\ 2} K_i Q_i |Q_i| = K_{P5} Q_{p5} |Q_{p5}| + K_{P6} Q_{p6} |Q_{p6}| + K_{P7} Q_{p7}$$

14



Gambar 2. Konfigurasi studi kasus jaringan pipa distribusi air bersih

Kemudian koreksi sesatan debit aliran untuk loop 1 dan 2,

- Loop 1

2.4. Data studi kasus

Konfigurasi untuk jaringan pipa distribusi air bersih adalah seperti dalam gambar 2. Jaringan pipa memiliki 7 buah pipa dan terdiri dari 2 loop, pipa (1,2,3,4) dalam loop 1 dan pipa (5,6,7,2) dalam loop 2. Kemudian jaringan pipa memiliki 1 aliran masuk dan 4 aliran keluar. Untuk data dan material pipa dapat dilihat dalam tabel 1. Sementara itu, untuk perkiraan atau asumsi parameter debit dan arah aliran untuk proses perhitungan awal (iterasi 1) pada masing-masing pipa dapat dilihat dalam tabel 2.

$$\Delta Q_k = - \frac{\sum_{loop\ 1} K_i Q_i |Q_i|}{2 \sum_{loop\ 1} K_i Q_i} = - \frac{K_{P1} Q_{p1} |Q_{p1}| + K_{P2} Q_{p2} |Q_{p2}| + K_{P3} Q_{p3} |Q_{p3}| + K_{P4} Q_{p4} |Q_{p4}|}{2 \times (K_{P1} Q_{p1} + K_{P2} Q_{p2} + K_{P3} Q_{p3} + K_{P4} Q_{p4})}$$

15

- Loop 2

$$\Delta Q_k = - \frac{\sum_{loop\ 2} K_i Q_i |Q_i|}{2 \sum_{loop\ 2} K_i Q_i} = - \frac{K_{P5} Q_{p5} |Q_{p5}| + K_{P6} Q_{p6} |Q_{p6}| + K_{P7} Q_{p7} |Q_{p7}| + K_{P2} Q_{p2} |Q_{p2}|}{2 \times (K_{P5} Q_{p5} + K_{P6} Q_{p6} + K_{P7} Q_{p7} + K_{P2} Q_{p2})}$$

Tabel 1. Data pipa

Bahan pipa	Commersial steel		
Kekasaran relatif pipa	0,046 mm		
Jumlah loop	2		
Jumlah pipa	7		
Faktor gesekan	Berdasarkan persamaan 7		

No. Pipa	Panjang	Diameter	Satuan
P1	1000	0,6	m
P2	1500	0,4	m
P3	1000	0,45	m
P4	1500	0,6	m
P5	1000	0,35	m
P6	1500	0,6	m
P7	1000	0,45	m

Tabel 2. Nilai debit aliran awal (asumsi) pada setiap pipa untuk loop 1 dan 2

Loop	Debit aliran pada pipa	Perkiraan awal (*)	Satuan
1	Q_{P1}	0,25	m^3/s
	Q_{P2}	0,05	m^3/s
	Q_{P3}	-0,15	m^3/s
	Q_{P4}	-0,25	m^3/s
2	Q_{P5}	0,2	m^3/s
	Q_{P6}	0,05	m^3/s
	Q_{P7}	-0,05	m^3/s

	Q_{P2}	-0,05	m^3/s
--	----------	-------	---------

(*) tanda (-) menunjukkan bahwa debit aliran adalah mengalir berlawanan arah jarum jam (gambar 2).

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Fokus dalam kajian ini adalah menentukan debit aliran air pada masing-masing pipa dari konfigurasi jaringan pipa, gambar 2, melalui metode HC. Kemudian untuk mempermudah proses penyelesaian perhitungan debit aliran, maka persamaan matematika jaringan pipa akan dimodel dalam *spreadsheet excel*.

Pada perhitungan iterasi pertama, dimana untuk nilai debit aliran air pada masing-masing pipa adalah diasumsikan seperti dalam tabel 2, diperoleh hasil koreksi sesatan debit aliran pada loop 1 dan 2 adalah tidak sama dengan atau lebih besar dari nol (tabel 3). Oleh karena itu, nilai debit aliran awal (asumsi) harus dikoreksi dengan menjumlahkan nilai debit aliran awal terhadap nilai koreksi sesatan debit aliran (pers. 12). Kemudian nilai debit aliran tersebut akan digunakan sebagai nilai debit aliran baru untuk perhitungan iterasi kedua. Khusus untuk pipa nomor 2, dimana pipa tersebut adalah berada dalam daerah aliran loop 1 dan 2 pada konfigurasi jaringan pipa. Maka debit aliran harus dikoreksi dengan cara sebagai berikut:

- Untuk loop 1

$$Q_{P2, \text{baru}} = Q_{P2, \text{lama}} + (\Delta Q_{\text{Loop 1}} - \Delta Q_{\text{Loop 2}}) = 0,05 + (0,026880 - (-0,0227789)) = 0,099669 \text{ m}^3/\text{s}$$

- Untuk loop 2

$$Q_{P2, \text{baru}} = Q_{P2, \text{lama}} + (\Delta Q_{\text{Loop 2}} - \Delta Q_{\text{Loop 1}}) = -0,05 + ((-0,0227789) - 0,026880) = -0,099669 \text{ m}^3/\text{s}$$

Tabel 3. Hasil perhitungan iterasi pertama

Iterasi 1					
No	Loop	Debit aliran awal (assumsi)	Jumlah total kehilangan energi	Koreksi sesatan debit aliran	Debit aliran baru
Pi	p	$Q_{Pi, \text{lama}}$	$\sum K_i Q_{Pi}^2 \zeta_{Pi}$	ΔQ	$Q_{Pi, \text{baru}}$
		(m^3/s)	m/m	(m^3/s)	(m^3/s)
1	1	0,25	-0,315639	0,026880	0,276880
2		0,05			0,099669

3		-0,15			-0,123120
4		-0,25			-0,223120
5	2	0,2	0,054304	-0,022789	0,177211
6		0,05			0,027211
7		-0,05			-0,072789
2		-0,05			-0,099669

Tabel 4. Hasil perhitungan iterasi kedua

Iterasi 2					
No	Loop	Debit aliran lama	Jumlah total kehilangan energi	Koreksi sesatan debit aliran	Debit aliran baru
Pi		$Q_{Pi, lama}$	$\sum K_i Q_{Pi}^5 Q_{Pi}^5$	ΔQ	$Q_{Pi, baru}$
		(m ³ /s)	m/m	(m ³ /s)	(m ³ /s)
1	1	0,276880	-0,015105	0,001302	0,278182
2		0,099669			0,101753
3		-0,123120			-0,121818
4		-0,223120			-0,221818
5	2	0,177211	0,001540	-0,000781	0,176429
6		0,027211			0,026429
7		-0,072789			-0,073571
2		-0,099669			-0,101753

Pada perhitungan iterasi kedua, nilai debit aliran yang digunakan adalah debit aliran baru hasil dari debit aliran yang telah dikoreksi sebelumnya. Tabel 4 adalah hasil perhitungan dari iterasi kedua, dan dapat dilihat bahwa nilai koreksi sesatan debit aliran belum juga sama dengan nol. Maka harus dilanjutkan untuk perhitungan iterasi selanjutnya dengan cara yang sama (iterasi 1 dan 2) sampai pada nilai koreksi sesatan debit aliran sama dengan nol. Dalam

studi ini, ada 7 kali proses perhitungan iterasi yang telah untuk memperoleh nilai koreksi sesatan debit aliran sama dengan nol. Dalam tabel 5 dapat dilihat hasil proses perhitungan iterasi dari pertama sampai ketujuh.

Tabel 5. Hasil semua perhitungan iterasi 1 sampai 7

No. Pipa	Iterasi 1				Iterasi 2			
	$Q_{Pi, lama}$	$\sum K_i Q_{pi} Q_{pi} $	ΔQ	$Q_{Pi, baru}$	$Q_{Pi, lama}$	$\sum K_i Q_{pi} Q_{pi} $	ΔQ	$Q_{Pi, baru}$
	(m ³ /s)	m/m	(m ³ /s)	(m ³ /s)	(m ³ /s)	m/m	(m ³ /s)	(m ³ /s)
1	0,25	-0,315639	0,026880	0,276880	0,276880	-0,015105	0,001302	0,278182
2	0,05			0,099669	0,099669			0,101753
3	-0,15			-0,123120	-0,123120			-0,121818
4	-0,25			-0,223120	-0,223120			-0,221818
5	0,2	0,054304	-0,022789	0,177211	0,177211	0,001540	-0,000781	0,176429
6	0,05			0,027211	0,027211			0,026429
7	-0,05			-0,072789	-0,072789			-0,073571
2	-0,05			-0,099669	-0,099669			-0,101753
No. Pipa	Iterasi 3				Iterasi 4			
	$Q_{Pi, lama}$	$\sum K_i Q_{pi} Q_{pi} $	ΔQ	$Q_{Pi, baru}$	$Q_{Pi, lama}$	$\sum K_i Q_{pi} Q_{pi} $	ΔQ	$Q_{Pi, baru}$
	(m ³ /s)	m/m	(m ³ /s)	(m ³ /s)	(m ³ /s)	m/m	(m ³ /s)	(m ³ /s)
1	0,278182	-0,000665	0,000057	0,278239	0,278239	-0,000101	0,000009	0,278248
2	0,101753			0,101644	0,101644			0,101628
3	-0,121818			-0,121761	-0,121761			-0,121752
4	-0,221818			-0,221761	-0,221761			-0,221752
5	0,176429	-0,000325	0,000166	0,176596	0,176596	-0,000048	0,000025	0,176620
6	0,026429			0,026596	0,026596			0,026620
7	-0,073571			-0,073404	-0,073404			-0,073380
2	-0,101753			-0,101644	-0,101644			-0,101628
No. Pipa	Iterasi 5				Iterasi 6			
	$Q_{Pi, lama}$	$\sum K_i Q_{pi} Q_{pi} $	ΔQ	$Q_{Pi, baru}$	$Q_{Pi, lama}$	$\sum K_i Q_{pi} Q_{pi} $	ΔQ	$Q_{Pi, baru}$
	(m ³ /s)	m/m	(m ³ /s)	(m ³ /s)	(m ³ /s)	m/m	(m ³ /s)	(m ³ /s)
1	0,278248	-0,000015	0,000001	0,278249	0,278249	-0,000002	0,000000	0,278250
2	0,101628			0,101626	0,101626			0,101625

3		-0,121752			-0,121751	-0,121751			-0,121750
4		-0,221752			-0,221751	-0,221751			-0,221750
5	2	0,176620	-0,000007	0,000004	0,176624	0,176624	-0,000001	0,000001	0,176624
6		0,026620			0,026624	0,026624			0,026624
7		-0,073380			-0,073376	-0,073376			-0,073376
2		-0,101628			-0,101626	-0,101626			-0,101625
No. Pipa	Iterasi 7								
		$Q_{Pi, lama}$	$\sum K_i Q_{Pi} Q_{Pi} $	ΔQ	$Q_{Pi, baru}$				
		(m ³ /s)	m/m	(m ³ /s)	(m ³ /s)				
1	1	0,278250	0,000000	0,000000					0,278250
2		0,101625					0,101625		
3		-0,121750					-0,121750		
4		-0,221750					-0,221750		
5	2	0,176624	0,000000	0,000000					0,176624
6		0,026624					0,026624		
7		-0,073376					-0,073376		
2		-0,101625					-0,101625		

KESIMPULAN

Studi jaringan pipa melalui metode HC harus mengikuti dan memperhatikan prosedur penyelesaian yang telah ditentukan. Karena perhitungan atau penentuan nilai debit aliran pada masing-masing pipa melalui metode HC adalah dilakukan melalui proses perhitungan iterasi. Maka tanda arah aliran (+/-) pada setiap pipa yang ditinjau dari titik pusat loop sesuai kaedah perputaran jarum jam harus benar-benar diperhatikan dan

ditentukan. Karena hal tersebut akan mempengaruhi akurasi hasil akhir perhitungan untuk nilai debit aliran pada jaringan pipa. Dalam studi ini, konfigurasi jaringan pipa dalam gambar 2 adalah dianalisa melalui metode HC untuk ditentukan nilai debit aliran pada masing-masing pipa. Dalam proses penyelesaiannya menggunakan *spreadsheet excel*, ada 7 kali proses perhitungan iterasi (tabel 5) yang telah dilakukan. Pada perhitungan iterasi ketujuh, dimana nilai koreksi sesatan debit aliran telah sama dengan nol,

diperoleh hasil akhir nilai debit aliran untuk masing-masing pipa adalah $Q_{P1} = 0,278250 \text{ m}^3/\text{s}$, $Q_{P2} = 0,101625 \text{ m}^3/\text{s}$, $Q_{P3} = 0,121750 \text{ m}^3/\text{s}$, $Q_{P4} = 0,221750 \text{ m}^3/\text{s}$, $Q_{P5} = 0,176624 \text{ m}^3/\text{s}$, $Q_{P6} = 0,026624 \text{ m}^3/\text{s}$ dan $Q_{P7} = 0,073376 \text{ m}^3/\text{s}$.

Copyright © 2008 by John Wiley & Sons, Inc.

REFERENSI

- [1] Dejan Brkić and Pavel Praks. *An Efficient Iterative Method for Looped Pipe Network Hydraulics Free of Flow Corrections*. *Fluids* **2019**, 4, 73; doi:10.3390/fluids4020073.
- [2] Dejan Brkić and Pavel Praks. *Improved Hardy Cross method for pipe networks*. ©2018 by the author(s). doi:10.20944/preprints201812.0300.v1.
- [3] Donald F. Elger., Barbara A. Lebret., Clayton T. Crowe., John A. Roberson. *Engineering fluid mechanics*. Eleventh edition. Copyright © 2016, 2013, 2009, 2005, 2001, 1996 John Wiley & Sons, Inc.
- [4] Gautham P. Das. *Hydraulic Engineering: Fundamental Concepts*. Copyright © Momentum Press®, LLC, 2016.
- [5] Lasisi, OH., Adewumi Jr., Lasisi, Kh. *Evaluation of Flow Rate Correction in Water Pipeline Distribution Network by Two Numerical Methods of Solution*. Copyright © 2019 Lasisi et al. *J. Appl. Sci. Environ. Manage.* Vol. 23 (1) 179–182 January 2019.
- [6] Mays, Larry W. *Water resources engineering*. Second Edition. Copyright © 2011 by John Wiley & Sons, Inc.
- [7] Swamee, Prabhata K., Sharma, Ashok K. *Design of water supply pipe networks*.

